

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)**

**Кафедра моделирования и системного анализа
Факультета информационных технологий и анализа больших данных**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной и
методической работе

_____ Е.А. Каменева

«22» апреля 2025 г.

М.В. Добрина

ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки
09.03.03 Прикладная информатика,
ОП «Прикладные информационные системы в экономике и финансах»

*Рекомендовано Ученым советом
Факультета информационных технологий и анализа больших данных
(протокол № 54 от 15 апреля 2025 г.)*

*Одобрено кафедрой моделирования и системного анализа
(протокол № 09 от 26 марта 2025 г.)*

Москва 2025

Содержание

1. Наименование дисциплины	2
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы с указанием индикаторов их достижения, соотнесенных с планируемыми результатами обучения по дисциплине.....	2
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	2
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся.....	3
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий.....	3
5.1. Содержание дисциплины.....	3
5.2. Учебно–тематический план.....	6
5.3. Содержание семинаров, практических занятий.....	9
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	12
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы.....	12
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю.....	13
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	16
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.....	19
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.....	20
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	22
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем.....	22
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	22

1. Наименование дисциплины

«Основы математического моделирования».

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы с указанием индикаторов их достижения, соотнесенных с планируемыми результатами обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ПКП-2	Способность выполнять информационное моделирование экономических предметных областей, разработку и ведение баз и хранилищ данных, оптимизировать и управлять развитием баз данных.	1. Демонстрирует знания последовательности и содержания этапов проектирования баз и хранилищ данных, принципы построения и функционирования баз данных, а также принципы обеспечения их безопасности.	Знать: - основы программирования. Уметь: - программировать основные вычислительные алгоритмы в сфере математического анализа.
		2. Отображает предметную область на выбранную модель данных, создает и реорганизовывает объекты баз и хранилищ данных, а также интерфейсы прикладных программ; организует и реализует политику безопасности баз данных.	Знать: - методы многомерной оптимизации. Уметь: - применять методы многомерной оптимизации.
		3. Владеет навыками администрирования и эксплуатации баз и хранилищ данных с учетом требований по обеспечению информационной безопасности, а также методиками повышения эффективности обработки данных.	Знать: - методы оптимизации управления потоками данных. Уметь: - применять методы оптимизации управления потоками данных.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Основы математического моделирования» относится к Циклу профиля (элективный) по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика, ОП «Прикладные информационные системы в экономике и финансах».

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Очная форма обучения

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 7 (в часах)
Общая трудоемкость дисциплины	3 з.е./108	108
<i>Контактная работа - Аудиторные занятия</i>	50	50
<i>Лекции</i>	16	16
<i>Семинары, практические занятия</i>	34	34
<i>Самостоятельная работа</i>	58	58
Вид текущего контроля	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	<i>Зачет</i>	<i>Зачет</i>

Очно-заочная обучения

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 8 (в часах)
Общая трудоемкость дисциплины	3 з.е./108	108
<i>Контактная работа - Аудиторные занятия</i>	34	34
<i>Лекции</i>	16	16
<i>Семинары, практические занятия</i>	18	18
<i>Самостоятельная работа</i>	74	74
Вид текущего контроля	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	<i>Зачет</i>	<i>Зачет</i>

Заочная форма обучения

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 8 (в часах)
Общая трудоемкость дисциплины	3 з.е./108	108
<i>Контактная работа - Аудиторные занятия</i>	10	10
<i>Лекции</i>	2	2
<i>Семинары, практические занятия</i>	8	8
<i>Самостоятельная работа</i>	98	98
Вид текущего контроля	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	<i>Зачет</i>	<i>Зачет</i>

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

Тема 1. Введение в математическое моделирование.

1.1. Общая постановка задачи моделирования.

1.2. Понятие модели. Классификация моделей и примеры.

1.3. Финансовая математика как инструмент математического моделирования.

Тема 2. Введение в математическое программирование.

2.1. Постановка задачи математического программирования.

2.2. Классификация задач математического программирования.

2.3. Постановка задачи линейного программирования (ЗЛП).

2.4. Геометрия задачи линейного программирования (ЛП). Выпуклая многогранная область в R^n .

Тема 3. Методы решения задач линейного, дискретного и динамического программирования.

3.1. Графический метод решения задач линейного программирования (ЗЛП) при малом числе неизвестных.

3.2. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования (ЛП) общего вида.

3.3. Транспортная задача.

3.4. Задачи целочисленного программирования (дискретное программирование). Постановка задачи целочисленного программирования. Примеры (задача о назначениях, о коммивояжере и т.п.).

3.5. Метод ветвей и границ.

3.6. Метод Гомори решения задач целочисленного программирования. Примеры задач с экономическим содержанием.

3.7. Метод динамического программирования. Принцип оптимальности и уравнение Беллмана.

Тема 4. Задачи многокритериальной оптимизации и выпуклое программирование.

4.1. Общая постановка многокритериальной оптимизации. Парето-эффективная граница.

4.2. Методы решения многокритериальной оптимизации. Метод идеальной точки. Метод обобщенного критерия, метод приоритетов.

4.3. Постановка задачи выпуклого программирования. Необходимые условия оптимальности (условия Куна-Таккера). Достаточные условия.

4.4. Задача квадратичного программирования с выпуклой целевой функцией. Теория множителей Лагранжа и теорема Куна-Таккера. Постановка задачи вариационного исчисления.

Тема 5. Задачи оптимального управления.

5.1. Задача Больца, изопериметрическая задача, пример задачи оптимального управления с применением принципа Понtryгина.

Тема 6. Вероятностные подходы в моделировании.

6.1. Особенности учета риска и неопределенности.

6.2. Задачи систем массового обслуживания.

6.3. Марковское правило. Задачи случайного блуждания.

Тема 7. Метод Монте-Карло.

7.1. Имитационное моделирование. Идея, назначение и область применимости метода.

7.2. Принятие решений. Примеры моделей реальных систем.

Тема 8. Моделирование методами теории графов.

8.1. Применение в сетевом планировании.

8.2. Когнитивные графы. Применение в марковском моделировании.

8.3. Задачи кодирования и автоматные функции.

Тема 9. Компьютерное моделирование.

9.1. Примеры моделирования с помощью электронных таблиц.

9.2. Понятие дискретно-событийного, агентного и системного моделирования.

Тема 10. Классические модели экономики. Развитие математического моделирования.

10.1. Модель Леонтьева. Модель Солоу. Основные сведения об эконометрических моделях.

10.2. Понятие моделей искусственного интеллекта.

10.3. Нейросетевое моделирование, нечетко-логическое. Объяснение актуальности применения методов машинного обучения.

5.2. Учебно-тематический план

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Все- го	Контактная работа* -Аудиторная работа			Самостояте льная работа	
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практическ ие занятия		
1.	Введение в математическое моделирование.	7	3	1	2	4	Участие в решении задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям.
2	Введение в математическое программирование.	7	3	1	2	4	Решение задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям.
3	Методы решения задач линейного, дискретного и динамического программирования	7	3	1	2	4	Решение задач на практических занятиях. Самостоятельная работа. Обсуждение результатов.
4	Задачи многокритериальной оптимизации и выпуклое программирование.	7	3	1	2	4	Решение задач на практических занятиях. Самостоятельная работа. Обсуждение результатов.
5	Задачи оптимального управления.	8	4	2	2	4	Решение задач на практических

							занятиях. Самостоятельная работа. Обсуждение результатов.
6	Вероятностные подходы в моделировании.	11	6	2	4	5	Опрос. Обсуждение результатов.
7	Метод Монте-Карло.	14	8	2	6	6	Решение задач на практических занятиях. Самостоятельная работа. Обсуждение результатов
8	Моделирование методами теории графов.	11	4	2	2	7	Решение задач на практических занятиях. Обсуждение результатов
9	Компьютерное моделирование.	22	10	2	8	12	Решение задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям.
10	Классические модели экономики. Развитие математического моделирования.	14	6	2	4	8	Опрос. Обсуждение результатов.
	В целом по дисциплине	108	50	16	34	58	Согласно учебному плану: контрольная работа
	Итого в %	100	46			54	

Очно-заочная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Всего	Контактная работа* -Аудиторная работа			Самостояте льная работа	
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практическ ие занятия		
1.	Введение в математическое моделирование.	6	2	1	1	4	Участие в решении задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям.
2	Введение в математическое программирование.	6	2	1	1	4	Решение задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям.
3	Методы решения задач линейного, дискретного и динамического программирования	8	2	1	1	6	Решение задач на практических занятиях. Самостоятельная работа. Обсуждение

							результатов.
4	Задачи многокритериальной оптимизации и выпуклое программирование.	8	2	1	1	6	Решение задач на практических занятиях. Самостоятельная работа. Обсуждение результатов.
5	Задачи оптимального управления.	10	4	2	2	6	Решение задач на практических занятиях. Самостоятельная работа. Обсуждение результатов.
6	Вероятностные подходы в моделировании.	10	4	2	2	6	Опрос. Обсуждение результатов.
7	Метод Монте-Карло.	14	4	2	2	10	Решение задач на практических занятиях. Самостоятельная работа. Обсуждение результатов.
8	Моделирование методами теории графов.	12	4	2	2	8	Решение задач на практических занятиях. Обсуждение результатов.
9	Компьютерное моделирование.	26	6	2	4	20	Решение задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям.
10	Классические модели экономики. Развитие математического моделирования.	8	4	2	2	4	Опрос. Обсуждение результатов.
	В целом по дисциплине	108	34	16	18	74	Согласно учебному плану: контрольная работа
	Итого в %	100	32	47	53	68	

Заочная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Всего	Контактная работа* -Аудиторная работа			Самостояте льная работа	
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практическ ие занятия		
1.	Введение в математическое моделирование.	6	2	1	1	4	Участие в решении задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям.
2	Введение в	6	2	1	1	4	Решение задач на

	математическое программирование.						практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям.
3	Методы решения задач линейного, дискретного и динамического программирования	16	1	-	1	15	Решение задач на практических занятиях. Самостоятельная работа. Обсуждение результатов.
4	Задачи многокритериальной оптимизации и выпуклое программирование.	16	1	-	1	15	Решение задач на практических занятиях. Самостоятельная работа. Обсуждение результатов.
5	Задачи оптимального управления.	11	1	-	1	10	Решение задач на практических занятиях. Самостоятельная работа. Обсуждение результатов.
6	Вероятностные подходы в моделировании.	5	-	-	-	5	Опрос. Обсуждение результатов.
7	Метод Монте-Карло.	11	1	-	1	10	Решение задач на практических занятиях. Самостоятельная работа. Обсуждение результатов
8	Моделирование методами теории графов.	11	1	-	1	10	Решение задач на практических занятиях. Обсуждение результатов
9	Компьютерное моделирование.	21	1	-	1	20	Решение задач на практических занятиях. Собеседования по домашним заданиям.
10	Классические модели экономики. Развитие математического моделирования.	5	-	-	-	5	Опрос. Обсуждение результатов.
	В целом по дисциплине	108	10	2	8	98	Согласно учебному плану: контрольная работа
	Итого в %	100	9	20	80	91	

*объем контактной работы в очно-заочной/заочной формах обучения и индивидуальных учебных планах определяется соответствующими учебными планами. Темы, реализуемые в виде контактной работы, определяются преподавателем самостоятельно, исходя из уровня их сложности.

5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарских, практических занятиях, рекомендуемые источники из разделов 8,9 (указывается раздел и порядковый номер источника)	Формы проведения занятий
Введение в математическое моделирование.	Общая постановка задачи моделирования. Понятие модели. Классификация моделей и примеры. Финансовая математика как инструмент математического моделирования. <i>Рекомендуемые источники: 8 ([1]-[2]); 9 ([5])</i>	Решение практико-ориентированных задач в малых группах (2-4 чел.), проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.
Введение в математическое программирование.	Постановка задачи математического программирования. Классификация задач математического программирования. Постановка задачи линейного программирования (ЗЛП). Геометрия задачи линейного программирования (ЛП). Выпуклая многогранная область в R^n . <i>Рекомендуемые источники: 8 ([1]-[2]); 9 ([3]-[5])</i>	Решение практико-ориентированных задач в малых группах (2-4 чел.), проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.
Методы решения задач линейного, дискретного и динамического программирования	Графический метод решения задач линейного программирования (ЗЛП) при малом числе неизвестных. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования (ЛП) общего вида. Транспортная задача. Задачи целочисленного программирования (дискретное программирование). Постановка задачи целочисленного программирования. Примеры (задача о назначениях, о коммивояжере и т.п.). Метод ветвей и границ. Метод Гомори решения задач целочисленного программирования. Примеры задач с экономическим содержанием. Метод динамического программирования. Принцип оптимальности и уравнение Беллмана. <i>Рекомендуемые источники: 8 ([1]-[2]); 9 ([3]-[5])</i>	Решение практико-ориентированных задач в малых группах (2-4 чел.), проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.
Задачи многокритериальной оптимизации и выпуклое программирование.	Общая постановка многокритериальной оптимизации. Парето-эффективная граница. Методы решения многокритериальной оптимизации. Метод идеальной точки. Метод обобщенного критерия, метод приоритетов. Постановка задачи выпуклого программирования. Необходимые условия оптимальности (условия Куна-Таккера). Достаточные	Решение практико-ориентированных задач в малых группах (2-4 чел.), проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.

	условия. Задача квадратичного программирования с выпуклой целевой функцией. Теория множителей Лагранжа и теорема Куна-Таккера. Постановка задачи вариационного исчисления. <i>Рекомендуемые источники: 8 ([1]-[2]); 9 ([3]-[5])</i>	
Задачи оптимального управления.	Задача Больца, изопериметрическая задача, пример задачи оптимального управления с применением принципа Понтрягина. <i>Рекомендуемые источники: 8 ([1]-[2]); 9 ([3]-[5])</i>	Решение практико-ориентированных задач в малых группах (2-4 чел.), проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.
Вероятностные подходы в моделировании.	Особенности учета риска и неопределенности. Задачи систем массового обслуживания. Марковское правило. Задачи случайного блуждания. <i>Рекомендуемые источники: 8 ([1]-[2]); 9 ([3]-[5])</i>	Проверка самостоятельной работы и разбор ошибок. Опрос.
Метод Монте-Карло.	Имитационное моделирование. Идея, назначение и область применимости метода. Принятие решений. Примеры моделей реальных систем. <i>Рекомендуемые источники: 8 ([1]-[2]); 9 ([3]-[5])</i>	Решение практико-ориентированных задач в малых группах (2-4 чел.), проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.
Моделирование методами теории графов.	Применение в сетевом планировании. Когнитивные графы. Применение в марковском моделировании. Задачи кодирования и автоматные функции. <i>Рекомендуемые источники: 8 ([1]); 9 ([3]-[5])</i>	Решение практико-ориентированных задач в малых группах (2-4 чел.), проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.
Компьютерное моделирование.	Примеры моделирования с помощью электронных таблиц. Понятие дискретно-событийного, агентного и системного моделирования. <i>Рекомендуемые источники: 8 ([1]-[2]); 9 ([3]-[5])</i>	Решение практико-ориентированных задач в малых группах (2-4 чел.), проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.
Классические модели экономики. Развитие математического моделирования.	Модель Леонтьева. Модель Солоу. Основные сведения об эконометрических моделях. Понятие моделей искусственного интеллекта. Нейросетевое моделирование, нечетко-логическое. Объяснение актуальности применения методов машинного обучения. <i>Рекомендуемые источники: 8 ([1]-[2]); 9 ([3]-[5])</i>	Проверка самостоятельной работы и разбор ошибок. Опрос.

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Введение в математическое моделирование.	Финансовая математика	Изучение рекомендованных к занятию литературных источников. Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к зачету.
Введение в математическое программирование.	Задача Марковица.	Изучение рекомендованных к занятию литературных источников. Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к зачету.
Методы решения задач линейного, дискретного и динамического программирования	Симплекс-метод решения задачи ЛП общего вида. Примеры задач с экономическим содержанием.	Изучение рекомендованных к занятию литературных источников. Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к зачету.
Задачи многокритериальной оптимизации и выпуклое программирование.	Парето-эффективная граница. Методы решения многокритериальной оптимизации. Метод идеальной точки. Метод обобщенного критерия, метод приоритетов.	Изучение рекомендованных к занятию литературных источников. Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к зачету.
Задачи оптимального управления.	Задача оптимального управления в модели Солоу.	Изучение рекомендованных к занятию литературных источников. Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к зачету.
Вероятностные подходы в моделировании.	Задачи систем массового обслуживания.	Изучение рекомендованных к занятию литературных источников. Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к зачету.
Метод Монте-Карло.	Примеры моделей реальных систем.	Изучение рекомендованных к занятию литературных источников. Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к зачету.
Моделирование методами теории графов.	Задачи кодирования и автоматные функции.	Изучение рекомендованных к занятию литературных источников. Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к зачету.

Компьютерное моделирование.	Примеры моделирования с помощью электронных таблиц.	Изучение рекомендованных к занятию литературных источников. Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к зачету.
Классические модели экономики. Развитие математического моделирования.	Основные сведения об эконометрических моделях.	Изучение рекомендованных к занятию литературных источников. Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к зачету.

6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Текущий контроль успеваемости осуществляется в ходе учебного процесса и консультирования студентов, по результатам выполнения ими самостоятельных работ. Основными *формами* текущего контроля знаний являются:

- решение задач на компьютере, описание сути и технологии решения задач;
- ответы на вопросы Примерного перечня вопросов для промежуточного тестирования.

Примерные вопросы для подготовки к контрольной работе

1. Симплекс-метод решения задачи линейного программирования (ЛП) общего вида.
2. Транспортная задача.
3. Парето-эффективная граница. Методы решения многокритериальной оптимизации.
5. Задача оптимального управления в модели Солоу.
3. Задачи систем массового обслуживания.

Примерные задания контрольной работы

1. Пусть $C(q)=2q^3-376q^2+4100q+2000$ - функция полных затрат на производство q единиц товара, $R(q)=500q-q^2$ - функция дохода от продажи. Найти максимум прибыли.
2. В каком отношении распределится бремя дополнительного налога между потребителем и производителем, если $D(p)=\frac{15}{p}$, $S(p)=p-2$, а величина

дополнительного налога мала по сравнению с равновесной ценой?

3. Пусть $R(q) = 47q - q^2$ – доход (выручка) от продажи, а $C(q) = q^2 - 13q + 14$ – затраты на выпуск продукта в зависимости от количества q . Найти величину дополнительного налога t на каждую единицу продукта, чтобы налог $T = tq$ от всей реализуемой продукции и налоговый сбор был максимальным. Как уменьшится количество выпускаемой продукции?

4. Для товаров X_1 и X_2 известны функции спроса: $q_1 = 54 - p_1$, $q_2 = 35 - \frac{1}{2}p_2$. Фирма-монополист имеет функцию издержек $C = 2q^2 + 6q_1q_2 + 3q^2 + 4$. Вычислите максимальную прибыль фирмы в этих условиях и найдите соответствующий производственный план.

5. Для функции полезности $U(x, y) = 7x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}}$ выяснить, являются ли наборы товаров а) (8, 27), б) (6, 7), самыми полезными из всех наборов, имеющих равную с ними стоимость, если $p_1 = 21$; $p_2 = 36$.

Примерные задания самостоятельной работы

1. Для функции полезности Кобба–Дугласа $U(x_1, x_2) = 3x_1^{\frac{1}{3}}x_2^{\frac{2}{3}}$ проверьте, будут ли наборы товаров: а) (2, 5), б) (7, 10) самыми дешевыми среди всех наборов, имеющих равные с ними уровни полезности, если стоимости этих товаров составляют $p_1 = 40$; $p_2 = 56$.

2. Фирма, производящая продукцию на двух заводах, решила выпускать в месяц не менее 180 ед. продукции при наименьших суммарных затратах. Сколько продукции ежемесячно целесообразно выпускать на каждом заводе, если затраты на выпуск x единиц продукции в месяц на первом заводе равны $C_1(x) = x + \frac{1}{20}x^2$, а на втором заводе $C_2(x) = x + \frac{1}{40}x^2$?

3. Найти компромиссное решение задачи методом идеальной точки.

$$\begin{cases} f_1 = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ f_2 = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max \\ x_1 + x_2 \leq 18, \\ x_1 \leq 16, x_2 \leq 15, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4. Функция полезности имеет вид: $TU=4xy$, где X и Y - количество товаров. Расходы потребителя на эти два товара в месяц равны 1200 р., цена товара X -400 р., товара Y -300 р. Определите оптимальный объем ежемесячных закупок двух данных товаров и соответствующее ему значение общей полезности.

5. Предельная полезность первой единицы блага равна 300. При потреблении первых трех единиц блага предельная полезность каждой последующей единицы уменьшается в 2 раза. Предельная полезность каждой последующей единицы блага при дальнейшем потреблении падает в 5 раз. Найти совокупную полезность 5 единиц блага.

Примерные задания для решения на практических занятиях

1. Производственная функция имеет вид: $Y=6,4K^{0,65}L^{0,35}$. Предположим, запасы капитала и труда в экономике: $K_0=4151$ млрд руб. и $L_0=65$ млн чел. Чему равна предельная норма замещения капитала трудом и труда капиталом?

2. Производственная функция имеет вид: $Y=4,3K^{0,55}L^{0,45}$. Проверьте, выполняется ли свойство линейной однородности производственной функции. Предположим, запасы капитала и труда в экономике возросли на 15%. На сколько процентов при этом увеличился выпуск?

3. Известно, что выпуск в экономике составляет $Y_0=1846,18$ млрд руб., запасы капитала и труда в экономике: $K_0=4230$ млрд руб. и $L_0=68$ млн руб. Чему равны коэффициенты эластичности α и β выпуска по факторам производства, если известно, что производственная функция Кобба-Дугласа линейно однородна? Коэффициент общей факторной производительности $A=1$.

4. Найти оптимальный набор потребителя с бюджетом $I=1000$ и функцией полезности $U=2\ln x_1+3\ln x_2$ при ценах $p_1=5$ и $p_2=4$.

5. Найти оптимальный набор потребителя с бюджетом $I=2000$ и функцией полезности $U=x_1^{0,5} \cdot x_2^{0,3}$ при ценах $p_1=2$ и $p_2=10$.

Критерии бальной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях кафедры моделирования и системного анализа.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине содержится в разделе «2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, знаний и умений

Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
ПКП-2 Способность выполнять информационное моделирование экономических предметных областей, разработку и ведение баз и хранилищ данных, оптимизировать и управлять развитием баз данных	1. Демонстрирует знания последовательности и содержания этапов проектирования баз и хранилищ данных, принципы построения и функционирования баз данных, а также принципы обеспечения их безопасности.	Знать: - основы программирования. Уметь: - программировать основные вычислительные алгоритмы в сфере математического анализа.	Задание. Дана функция $y=f(x)$ на отрезке $[a;b]$. Найти площадь под кривой, используя метод Монте-Карло.
	2. Отображает предметную область на выбранную модель данных, создает и реорганизовывает объекты баз и хранилищ данных, а также интерфейсы прикладных программ; организует и реализует политику безопасности баз данных	Знать: - методы многомерной оптимизации. Уметь: - применять методы многомерной оптимизации.	Задание. Даны 3 станка, время обработки 4, 3, 2. Технология обработки: 1 станок – 2 станок – 3 станок – 2 станок. Постройте очередь обработки заготовок так, чтобы: А) время простоя 2 станка за смену (480 таймфреймов) было минимальным; Б) производительность была максимальной.

	3. Владеет навыками администрирования и эксплуатации баз и хранилищ данных с учетом требований по обеспечению информационной безопасности, а также методиками повышения эффективности обработки данных.	Знать: - методы оптимизации управления потоками данных. Уметь: - применять методы оптимизации управления потоками данных.	Задание 1. Дан сетевой график. Найти критический путь. Задание 2. Найти экстремум с помощью метода сопряженных градиентов $F(x)=2x^2+2y^2+20x+10y+10$
--	---	--	---

Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету

1. Понятие математического моделирования. Классификация.
2. Задача оптимизации. Постановка задач математического и линейного программирования. Примеры задач оптимизации с экономическим содержанием.
3. Производственная функция. Однофакторные и многофакторные производственные функции. Примеры производственных функций.
4. Виды производственных функций. Изокванты. Примеры.
5. Функции полезности. Линии безразличия. Примеры. Оптимальный набор товаров при заданном бюджетном множестве.
6. Функция полезности и предельная полезность. Изоклина.
7. Финансовые функции (основы финансовой математики).
8. Задача Леонтьева.
9. Задача линейного программирования, целевая функция, допустимое множество задачи, оптимальное решение, оптимальное множество.
10. Постановка транспортной задачи как задачи линейного программирования. Закрытая и открытая модель транспортной задачи.
11. Постановка задачи целочисленного программирования. Примеры задач с экономическим содержанием.
12. Метод Гомори решения задачи целочисленного программирования.
13. Постановка задачи выпуклого программирования.
14. Задача квадратичного программирования с выпуклой целевой функцией.
15. Метод динамического программирования.

16. Принцип оптимальности и уравнение Беллмана.
17. Постановка задачи многокритериальной оптимизации.
18. Задачи оптимального управления.
19. Примеры вероятностных подходов в моделировании.
20. Задачи СМО.
21. Моделирование методами теории графов. Когнитивные графы.
22. Моделирование методами теории графов. Применение в сетевом планировании.
23. Имитационное моделирование. Метод Монте-Карло.
24. Компьютерное моделирование. Понятие дискретно-событийного моделирования.
25. Компьютерное моделирование. Понятие агентного моделирования.
26. Компьютерное моделирование. Понятие системного моделирования.
27. Основные сведения об эконометрических моделях.
28. Понятие моделей искусственного интеллекта. Нейросетевое моделирование.
29. Понятие моделей искусственного интеллекта. Нечетко-логическое моделирование.
30. Объяснение актуальности применения методов машинного обучения.

Примерные задания для подготовки к зачету

1. Решить задачу целочисленного программирования с целевой функцией

$$z = 5x + 9y + 3 \rightarrow \max \text{ и ограничения } \begin{cases} y - x - 3 \leq 0, \\ y + x - 14 \leq 0, \\ x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}, \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$$

а) графическим способом;

б) методом Гомори;

в) дать геометрическую интерпретацию введения дополнительного ограничения.

2. Пусть в транспортной задаче перевозки от A_1 к B_2 и от A_3 к B_3 временно запрещены. Найти оптимальный план и стоимость перевозок, исходя из данных таблицы:

	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	2		4	6	120
A_2	4	5	6	8	80
A_3	2	6	3	1	60
	100	70	70	20	

3. Для функции полезности $U(x_1, x_2) = (x_1 - 10)^{\frac{5}{7}}(x_2 - 15)^{\frac{1}{3}}$ при бюджете $I=1853$ найдите оптимальное потребление, если известны цены на блага: $p_1=13$, $p_2=10$.

4. Задача линейного программирования

$$f = 5x_1 + 4x_2 + 2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 6x_1 - 5x_2 \geq -4, \\ 3x_1 - 8x_2 \geq -13, \\ 3x_1 + 3x_2 \leq 42, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

имеет решение $f_{\min}=15$, $X_{\min}=(1;2)$. Составьте двойственную задачу и найдите ее решение, используя теоремы двойственности.

5. Найти Парето-оптимальную границу задачи:

$$f_1 = 5x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$f_2 = 2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 \leq 16,$$

$$x_1 \leq 11, x_2 \leq 14,$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Сосновиков, Г. К. Компьютерное моделирование. Практикум по имитационному моделированию в среде GPSS World: учебное пособие / Г. К.

Соснови́ков, Л. А. Воробейчиков. — Москва : ФОРУМ : ИНФРА-М, 2022. — 112 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ЭБС ZNANIUM. - URL: <https://znanium.ru/catalog/product/1816814> (дата обращения: 01.04.2025). - Текст : электронный.

2. Набатова, Д. С. Математические и инструментальные методы поддержки принятия решений: учебник и практикум для вузов / Д. С. Набатова. — Москва : Юрайт, 2025. — 292 с. — (Бакалавр и магистр. Академический курс). - ЭБС Юрайт. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/560480> (дата обращения: 01.04.2025). - Текст : электронный.

Дополнительная литература:

3. Методы оптимальных решений в экономике и финансах: учебник / В. М. Гончаренко, В. Ю. Попов, Д. С. Набатова [и др.]; под редакцией В. М. Гончаренко, В. Ю. Попова. — Москва : КноРус, 2025. — 400 с. — ЭБС BOOK.ru. — URL: <https://book.ru/book/955840> (дата обращения: 01.04.2025). — Текст : электронный.

4. Сборник задач по курсу "Математика в экономике". В 3 частях. Часть 1: Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование: учебное пособие / С. В. Пчелинцев [и др.]; под редакцией В. А. Бабайцева, В. Б. Гисина. — Москва : Финансы и статистика, 2013, 2017. - 256 с. - Текст : непосредственный.

5. Математика в экономике. Часть 1: Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование: учебник для вузов / А. С. Солодовников, В. А. Бабайцев, А. В. Браилов [и др.]. — Москва : Финансы и статистика ; ИНФРА-М, 2003, 2005, 2006, 2007, 2011. - 384 с. — Текст : непосредственный. - То же. - URL: <http://lpvserver190/fulltext/Book/TRUDY%20FA/Mathematics1.pdf> (дата обращения: 01.04.2025). - Текст : электронный.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Информационно-образовательный портал Финансового университета при Правительстве Российской Федерации: <http://org.fa.ru/>
2. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>
3. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
4. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОНЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>
5. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znaniy.com>
6. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
7. Электронно-библиотечная система издательства Проспект <http://ebs.prospekt.org/books>
8. Электронно-библиотечная система издательства Лань <https://e.lanbook.com/>
9. Электронная библиотека Издательского дома «Гребенников» <https://grebennikon.ru/>
10. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>
11. Национальная электронная библиотека <http://нэб.рф/>
12. Henry Stewart Talks: Journals in The Business & Management Collection <https://hstalks.com/business/journals/>
13. CNKI. Academic Reference <https://ar.oversea.cnki.net/>
14. CNKI. China Academic Journals Full-text Database <https://oversea.cnki.net/kns?dbcode=CFLQ>
15. JSTOR Arts & Sciences I Collection <http://jstor.org>
16. Электронные продукты издательства Elsevier <http://www.sciencedirect.com>
17. Коллекция научных журналов Oxford University Press <https://academic.oup.com/journals/>
18. Электронные коллекции книг и журналов издательства Springer: <http://link.springer.com/>
19. База данных научных журналов издательства Wiley

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Студентам при подготовке следует использовать нормативные документы Финансового университета, Методические рекомендации по планированию и организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов по образовательным программам бакалавриата и магистратуры в Финансовом университете, утвержденные приказом Финуниверситета от 11.05.2021 № 1040.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

11.1. Комплект лицензионного программного обеспечения

1. AstraLinux, Windows, Microsoft Office, LibreOffice.
2. Антивирус Kaspersky.

11.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Информационно-правовая система «Гарант».
2. Информационно-правовая система «Консультант Плюс».
3. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>.
4. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» -<http://www.skrin.ru/>.

11.3. Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации – не используются.

- 11.4. Электронная таблица CalcLibreOffice11, Программная среда R, MS EXCEL, система STATISTICA в среде Windows, эконометрический пакет EvIEWS.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

- Для проведения лекционных занятий необходима мультимедийная аудитория, оснащенная компьютером с подключенным к нему проектором. Для проведения практических занятий необходим компьютерный класс с установленным программным обеспечением из раздела 11.
- Программные, технические и электронные средства обучения и контроля знаний студентов, размещенные на портале Финансового университета и доступные для использования в точках удаленного доступа и/или в помещениях Университета (электронная библиотека, программы для компьютерного тестирования, видео-лекции, учебно-методические материалы и др.).